



گزینهدو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

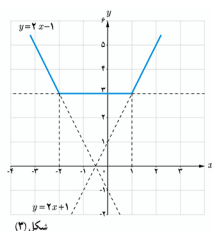
ویژه پایه یازدهم

آبان ۱۴۰۳

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۱

حسابان ۱ (رشته ریاضی و فیزیک)



۱۴۰۳_۱۴۰۴



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: سید ایمان مصلح

طراحان

سید محمد امیرحسین شاکری
۱۳۹۴/۰۵/۰۱گروه
ریاضیحسابان و
ریاضی پایهمسئول درس: علیرضا فاطمی
دستیار: مهدی پوررضایی

حسین شفیع زاده ● علیرضا فاطمی ● سید امیرمحمد سید شاکری

هندسه

مسئول درس: محمد رضا صیدآبادی
دستیار: هادی کاظم نژادسید محسن میراسلامی ● امیدرضا پورحسینی ● هادی کاظم نژاد
سعید اکبرزادهریاضیات
گسسته

مسئول درس: حسین اسدزاده

سعید اکبرزاده ● سوگند روشنی ● پرمیدا هادی پور

ریاضی
تجربیمسئول درس: امیرحسین شریفیان
دستیار: امین کبیری

ایمان اردستانی ● محمد خان گلدی

ریاضی
انسانیمسئول درس: عباس سعیدی
دستیار: امیرحسین حریریامیدرضا پورحسینی ● محمد منتظران ● حسین خواجه وند
حسین افسری ● مجید یوسف زادهزیست
شناسی

مسئول درس: علی جوهری

امیر کبیری راد ● منصوره رئیس دانا ● بتول خواجه پور

فیزیک

مسئول درس: مهدی نیکوگفتار

احمد رضوانی ● مهرناز طلوع شمس ● مریم حیدری
یوسف صباغی

شیمی

مسئول درس: محمد وحیدی

شهرام شاه پرویزی ● محمد وحیدی ● سبحان دقیق
محمد علی توسلی فرزمین
شناسی

مسئول درس: شکبیا کریمی

فرزانه رجایی ● حسن علی محمدی

انسان و
محیط زیست

مسئول درس: شکبیا کریمی

محبوبه کاظمی

سلامت و
بهداشت

مسئول درس: علیرضا رضایی نیا

علیرضا رضایی نیا

گروه
علومسید محمد حسین کشانی
۱۳۹۴/۰۵/۰۱

طراحان



● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: سید ایمان مصلح

طراحان

طراحان

گروه: علی اکبر آخوندی
مدیر: ۱۳۹۷گروه
عمومیادبیات
فارسیمسئولین درس:
عماد فیض آبادی
محسن ابراهیم تهرانیابوالفضل غلامی • افشین محی الدین • احسان محسنی
عماد فیض آبادی • محسن ابراهیم تهرانیدین و
زندگیمسئولین درس:
علی اکبر آخوندی
زهره محمدیمحمد کریمی • علیرضا دلشاد • علی اکبر آخوندی
زهره محمدی • محبوبه ابتهسامزبان
انگلیسی

مسئول درس: سعید ابراهیمی

علی عاشوری • سعید ابراهیمی • امین امیدوار

علوم و
فنون ادبی

مسئول درس: فاطمه اکران

فاطمه اکران • گلاویژ جلالی • مینا پژنگ
مهرآوه مجتهدجامعه
شناسیمسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفریفروغ تیموریان • آریتا بیدقی • علیرضا مختاری
الهام میرزایی • آزاده میرزایی • الهام رضاییروان
شناسیمسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: حسین اصفهانی

مهدی پارچه باف

زبان
عربیمسئولین درس:
پویا رضاداد
مائده خدایاری
دستیار: سارا حمزهاسرافیل قربان پور • محسن احدی • کیارش پورمهدی
امینه کارآمد • زهرا فرزانه

تاریخ

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسبمهسا اصغری • سامان بهری • زهره قموشی
الهه ریاحی نسب

جغرافیا

مسئول درس: وجیهه صادقی

بهرروز یحیی • مهسا اصغری • الهه ریاحی نسب

فلسفه
و منطق

مسئول درس: نگین تربتی

اکرم یاسری • حسین صادقی • سیاوش خداشناس

اقتصاد

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

آیدانا رستمی

هویت
اجتماعیمسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

رضا کیانپور

گروه: علی اکبر آخوندی
مدیر: ۱۳۹۷



-۱

الف) $a^6 - 1$

ب) $x^2 - 6x + 4 = 0$

$$\begin{cases} S = 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6 \\ P = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = (3^2) - (\sqrt{5})^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0$$

پ) طول‌ها، (x)

ت) ۶

$$\begin{cases} x^2 - 6x = x(x-6) = 0 \Rightarrow x = 0, 6 \\ x^2 - 36 = 0 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = -6, 6 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x = 6$$

-۲

ت) $5 \leftarrow$

پ) $3 \leftarrow$

ب) $4 \leftarrow$

الف) $2 \leftarrow$

الف) $\sqrt{x^2} = |x|$

ب) اگر $|a+b| = |a| + |b|$ ، آن‌گاه a و b باید هم علامت باشند یا حداقل یکی از آن‌ها صفر باشد.

پ) $\sqrt[3]{x^3} = x$

ت) اگر $|a-b| = |a| + |b|$ ، آن‌گاه a و b باید مختلف‌العلامت باشند یا حداقل یکی از آن‌ها صفر باشد.

-۳

الف) گزینه ۲

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کردن عبارت جبری به دست آمده، معادله را حل می‌کنیم. جواب به دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند. همچنین ممکن است برخی از جواب‌ها با شرایط مسئله در محیط پیرامونی مطابقت نداشته باشند که این جواب‌ها نیز مورد قبول نیستند.

ب) گزینه ۲

عبارت $1 - \sqrt{x}$ را از دو طرف معادله ساده کرده و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = (1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x}) \Rightarrow 1 - \sqrt{x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

حالا معادله باقی‌مانده را حل می‌کنیم:

$$\frac{1}{1 + \sqrt{x}} = 1 + \sqrt{x} \Rightarrow (1 + \sqrt{x})^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} 1 + \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ 1 + \sqrt{x} = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = -2 \end{cases}$$

بنابراین ریشه‌های معادله $\{0, 1\}$ هستند که مجموع آن‌ها برابر ۱ است.

-۴

ابتدا به کمک جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$ اطلاعات داده شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$a_3 + a_{29} = a_1 + 2d + a_1 + 28d = 2a_1 + 30d = 50$$

حالا رابطه مجموع جملات دنباله حسابی $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ را می‌نویسیم:

$$S_{31} = \frac{31}{2}(2a_1 + 30d) = \frac{31}{2} \times 50 = 31 \times 25 = 775$$

-۵

نکته: مجموع جملات دنباله هندسی با قدرنسبت q و جمله اول a_1 برابر است با:

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

با توجه به نکته و فرض سؤال داریم:

$$S_{20} = 1025 S_1 \Rightarrow \frac{a_1 (q^{20} - 1)}{q - 1} = 1025 \times \left(\frac{a_1 (q^1 - 1)}{q - 1} \right) \Rightarrow q^{20} - 1 = 1025 (q^1 - 1) \Rightarrow \frac{q^{20} - 1}{q^1 - 1} = 1025$$

با استفاده از اتحاد، عبارت کسری را ساده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{(q^{10} - 1)(q^{10} + 1)}{q^1 - 1} = 1025 \Rightarrow q^{10} + 1 = 1025 \Rightarrow q^{10} = 1024 \Rightarrow q = \pm 2$$

-۶

نکته: مجموع جملات دنباله حسابی با قدرنسبت d ، جمله اول a_1 و جمله آخر a_n برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

با توجه به نکته و خواسته سؤال داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_n > 800 \Rightarrow \frac{n}{2}[2(2) + (n-1)(4)] > 800 \Rightarrow \frac{n}{2}[4 + 4n - 4] > 800 \Rightarrow \frac{n}{2}(4n) > 800$$

$$\Rightarrow 2n^2 > 800 \Rightarrow n^2 > 400 \Rightarrow n > 20$$

پس با جمع کردن حداقل ۲۱ جمله اول دنباله به جواب می‌رسیم.

-۷

الف) نکته: اگر $x = a$ یکی از صفرهای $f(x)$ باشد، $f(a) = 0$ است.

$x = -2$ صفر تابع است، پس $f(-2) = 0$

$$f(-2) = -8 + 4k = 0 \Rightarrow k = 2$$

ب) نکته: اگر $x = a$ یکی از صفرهای $f(x)$ باشد، داریم: $f(x) = (x-a)Q(x)$

$x + 2$ باید یکی از عامل‌های $f(x)$ باشد:

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 2x^2 - x - 2 & x + 2 \\ \hline -(x^2 + 2x^2) & x^2 - 1 \\ \hline -x - 2 & \\ \hline -(-x - 2) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

حالا ریشه‌های خارج قسمت $(x^2 - 1)$ را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

پس صفرهای دیگر تابع $x = \pm 1$ هستند.

-۸

نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، این روابط برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

در معادله درجه دوم $(m+1)x^2 - 4x - 3 = 0$ ، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} S = \frac{4}{m+1} \\ P = \frac{-3}{m+1} \end{array} \right\} \Rightarrow 3S + P = 1 \Rightarrow 3\left(\frac{4}{m+1}\right) + \frac{-3}{m+1} = 1 \Rightarrow \frac{9}{m+1} = 1 \Rightarrow m+1 = 9 \Rightarrow m = 8$$

-۹

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a > 0$ باشد، دهانه سهمی روبه بالا و اگر $a < 0$ ، دهانه سهمی روبه پایین است.

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ اگر $\Delta < 0$ باشد، آن گاه سهمی محور x ها را قطع نمی‌کند.

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، نقطه $x_S = \frac{-b}{2a}$ طول رأس سهمی است.

دهانه سهمی روبه بالا است: $a > 0$

عرض محل برخورد با محور y ها مثبت است: $c > 0$

نمودار سهمی محور طول‌ها را قطع نمی‌کند: $\Delta < 0$

$$x_S = \frac{-b}{2a} > 0 \xrightarrow{a > 0} -b > 0 \Rightarrow b < 0$$



-۱۰

نکته: برخی از معادلات را می‌توان با یک تغییر متغیر مناسب، به یکی از انواع معادلاتی که می‌شناسیم تبدیل کرد و پس از حل آن و با رجوع به تغییر متغیر، مقادیر مجهول اصلی معادله اولیه را یافت.
راه حل اول:

با استفاده از تغییر متغیر، داریم:

$$\frac{x^2}{3} - 1 = t \Rightarrow 3t^2 - 4t + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta=4} t_1 = 1, t_2 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} t=1: \frac{x^2}{3} - 1 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 2 \Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6} \\ t=\frac{1}{3}: \frac{x^2}{3} - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x^2}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

راه حل دوم:

ابتدا معادله را ساده می‌کنیم:

$$3\left(\frac{x^6}{9} - \frac{2x^2}{3} + 1\right) - \frac{4x^2}{3} + 4 + 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^6}{3} - 2x^2 + 3 - \frac{4x^2}{3} + 5 = 0 \xrightarrow{\times 3} x^6 - 10x^2 + 24 = 0$$

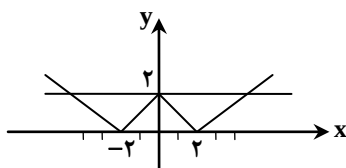
با استفاده از تغییر متغیر داریم:

$$\xrightarrow{x^2=t} t^3 - 10t + 24 = 0 \Rightarrow (t-6)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=4 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \\ t=6 \Rightarrow x^2=6 \Rightarrow x=\pm\sqrt{6} \end{cases}$$

-۱۱

نکته: برای رسم نمودار $y = |f(x)|$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم و در جاهایی که نمودار $f(x)$ زیر محور طول‌هاست، تصویر آینه‌وار نمودار $f(x)$ را نسبت به محور طول‌ها رسم کنیم.

نمودار $y = 2$ را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار $|x-2|$ ابتدا نمودار $|x|$ را ۲ واحد به پایین انتقال داده و سپس قسمت‌هایی از نمودار که پایین محور x هستند را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم.



دو نمودار، سه نقطه برخورد دارند، پس ۳ ریشه داریم.

-۱۲

(الف)

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کردن عبارت جبری به‌دست آمده، معادله را حل می‌کنیم. جواب به‌دست آمده نباید مخرج هیچ‌یک از کسرها را صفر کند، چون کسر تعریف نشده می‌شود. همچنین ممکن است برخی از جواب‌ها با شرایط مسئله در محیط پیرامونی مطابقت نداشته باشند که این جواب‌ها نیز مورد قبول نیستند.

$$\frac{x+4}{x^2-5x+6} + \frac{x+1}{x-3} = \frac{x}{x-2} \xrightarrow{\text{م.م.ک.}} \frac{x(x^2-5x+6)}{x^2-5x+6} + \frac{x(x-2)}{x-3} = \frac{x(x-2)(x+1)}{x(x-3)} \Rightarrow x+4+x^2-x-2 = x^2-3x$$

$$\Rightarrow -3x = 2 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

پاسخ قابل قبول است؛ زیرا مخرج کسر را صفر نمی‌کند.

(ب)

نکته: برخی از معادلات که دارای عبارات رادیکالی از مجهول هستند را معادلات گنگ می‌نامند. برای حل آن‌ها با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم، جواب‌های به‌دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند، زیرا عملیات توان‌رسانی ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.
ابتدا دامنه عبارت را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 4x+1 \geq 0 \Rightarrow 4x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{4} \\ 2x-1 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

بازه جواب‌های قابل قبول

دو طرف معادله را به توان دو می‌رسانیم:

$$4x+1 = (2x-1)^2 \Rightarrow 4x+1 = 4x^2-4x+1 \Rightarrow 4x^2-8x = 0 \Rightarrow 4x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ 4x=0 \Rightarrow x=0 \end{cases}$$

قابل قبول است. $x=2$
قابل قبول نیست. $x=0$

-۱۳

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچک ترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کردن عبارت جبری به دست آمده، معادله را حل می کنیم. جواب به دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند. همچنین ممکن است برخی از جوابها با شرایط مسئله در محیط پیرامونی مطابقت نداشته باشند که این جوابها نیز مورد قبول نیستند. چون سرعت ارمیا در تایپ ۳ برابر سرعت تایپ النا است، زمان انجام کار برای او $\frac{1}{3}$ زمان انجام کار النا است:

$$\text{زمان انجام کار النا} = 3t \Rightarrow \text{زمان انجام کار ارمیا} = t$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{3t} = \frac{1}{18} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{3+1}{3t} = \frac{1}{18} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 3t = 18 \times 4 = 72$$

$$\text{مدت زمان انجام کار توسط النا} \Rightarrow 3t = 72 \text{ روز}$$

$$\text{مدت زمان انجام کار توسط ارمیا} \Rightarrow t = 24 \text{ روز}$$

-۱۴

$$\text{نکته: } |a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

الف) ابتدا ریشه عبارتهای داخل هر قدرمطلق را به دست می آوریم.

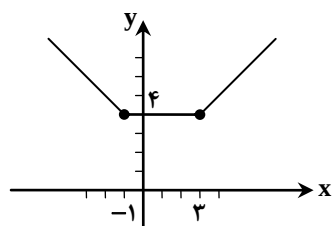
$$x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

با توجه به ریشه ها، عبارات داخل قدرمطلق را تعیین علامت کرده و از قدرمطلق خارج می کنیم:

$$\begin{cases} x \geq 3; f(x) = x-3+x+1 = 2x-2 \\ -1 \leq x \leq 3; f(x) = -(x-3)+(x+1) = -x+3+x+1 = 4 \\ x \leq -1; f(x) = -(x-3)-(x+1) = -x+3-x-1 = -2x+2 \end{cases}$$

ب) با توجه به ضابطه $f(x)$ ، نمودار آن را رسم می کنیم:



$$f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x \geq 3 \\ 4 & -1 \leq x \leq 3 \\ -2x+2 & x \leq -1 \end{cases}$$

-۱۵

نکته: جوابهای معادله $|f(x)| = |g(x)|$ همان جوابهای دو معادله $f(x) = g(x)$ و $f(x) = -g(x)$ هستند. به معادلاتی نظیر این معادلات که شامل عبارت قدرمطلق هستند معادلات قدرمطلق می گویند. با توجه به نکته، داریم:

$$x^2 - 3x = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 3x = 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=25} \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases} \\ x^2 - 3x = -4 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

معادله جواب ندارد.